

# МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ЭЛЕКТРОНА И ПОСТОЯННАЯ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ

© Верин О.Г.

Контакт с автором [verinOG@list.ru](mailto:verinOG@list.ru)

*Магнитный момент электрона (наряду со спином) является очевидным свидетельством осевой симметрии «самой элементарной» частицы вещества. Более того, магнитный момент предполагает наличие токов и некой цилиндрической структуры, в которой эти токи циркулируют.*

*Однако эти «указания» самого электрона на очень сложное внутреннее устройство были фактически проигнорированы, и в физике возобладало очень странное представление об электроне как о точечном заряде, «обремененном» массой, механическим моментом вращения, магнитным моментом и волновыми свойствами «загадочного» происхождения.*

*Тем не менее, именно магнитный момент элементарной частицы наиболее убедительно свидетельствует о ее внутренней структуре и поэтому заслуживает специального и подробного рассмотрения.*

## 1. «Польный» электрон

В отличие от электрического поля частиц, которое относительно медленно уменьшается ( $\sim 1/r^2$ ) и проникает далеко в окружающее пространство, поле магнитного момента уменьшается резко ( $\sim 1/r^3$ ) и практически все сосредоточено внутри структуры, которая его образует. Именно по этой причине магнитный момент несет в себе важную информацию о строении элементарных частиц.

На рис. 1 показана простейшая цилиндрическая структура с поверхностным кольцевым током, создающая магнитный момент (диполь).

Магнитный момент, как известно, можно определить несколькими эквивалентными друг другу выражениями [1]:

$$\begin{aligned} P &= I \cdot \sigma = (jL)\sigma = j(L\sigma) = jV = HV, \\ P &= H \cdot V = (H\sigma)L = Q_m L. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $I = jL$  – величина циркулирующего электрического тока,  
 $j$  – поверхностная плотность тока,  
 $L$  – длина цилиндрической структуры с током,  
 $V = \sigma L$  – объем цилиндрической структуры,  
 $\sigma$  – площадь сечения (цилиндра), охватываемого током,  
 $H = j$  – напряженность магнитного поля в цилиндрической структуре,  
 $Q_m = H\sigma$  – «магнитный заряд» магнитного диполя (момента).

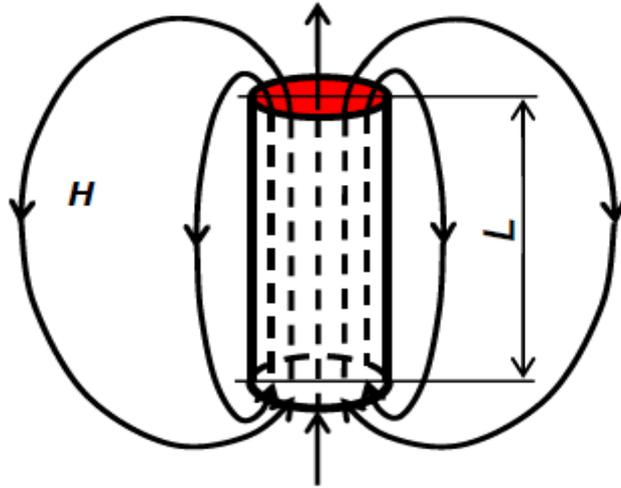


Рис. 1. Кольцевые поверхностные токи в цилиндрической структуре создают магнитный момент (диполь).

Эти выражения идентичны формулам для магнитной катушки (соленоида) и основаны на том, что влияние (на параметры устройства) магнитного поля вне внутреннего цилиндрического объема пренебрежимо мало.

В этом отношении особенно показательна формула (1) для магнитного момента в виде произведения напряженности магнитного поля внутри цилиндрической структуры на ее внутренний объем ( $P = HV$ ).

На этом же «доминировании» внутреннего поля основана и формула для энергии магнитного момента во внешнем магнитном поле  $B_o = \mu H_o$

$$W_p = P \cdot B_o. \quad (2)$$

Напомним, как образуется эта формула в наиболее простом случае, когда направления внешнего магнитного поля и магнитного диполя совпадают.

При внесении магнитного диполя (рис. 1) во внешнее магнитное поле, в соответствии с принципом суперпозиции магнитное поле внутри цилиндра станет равно сумме собственного поля  $H$  и внешнего поля  $H_o$ . Поэтому энергия этого суммарного поля в объеме цилиндра  $V$  оказывается больше энергии каждого из этих полей в отдельности (из-за возведения суммы в квадрат):

$$W = \frac{\mu_0}{2} (H + H_o)^2 V = \frac{\mu_0 H^2}{2} V + \frac{\mu_0 H_o^2}{2} V + HV \cdot \mu_0 H_o. \quad (3)$$

Как раз это «превышение» (последний член в сумме справа) и фиксируется как энергия магнитного момента во внешнем магнитном поле

$$W_p = HV \cdot \mu_0 H_o = P \cdot B_o. \quad (4)$$

Если же внешнее магнитное поле и внутреннее магнитное поле будут иметь противоположные направления, то энергия магнитного момента, очевидно, будет иметь противоположный знак.

В любом случае энергия магнитного момента и сам магнитный момент «сосредоточены» в его объеме и, таким образом, эти параметры принципиально не могут быть характеристиками «точечной» частицы.

Исходя из формулы для магнитного момента (1), величина внутреннего магнитного поля равна

$$H = \frac{P}{V}. \quad (5)$$

Соответственно энергия собственного внутреннего магнитного поля

$$W_H = \frac{\mu_0 H^2}{2} V = \frac{\mu_0 P^2}{2V} \quad (6)$$

бесконечно возрастает при «стягивании» внутреннего объема частицы в точку, аналогично тому, как бесконечно увеличивается энергия электрического заряда, если радиус заряженной частицы устремить к нулю.

В связи с этим закономерно возникает вопрос о том, почему в литературе, посвященной «точечному» электрону, все внимание сосредоточено на проблеме бесконечности энергии заряда, хотя точно такая же проблема связана с собственным магнитным полем «точечной» частицы?

Исходя из (6), можно оценить действительные размеры частицы.

Наличие волновых свойств у электрона является косвенным указанием на то, что энергии его электрического и магнитного полей равны друг другу.

Поэтому будем считать  $W_H$  равным половине полной энергии электрона

$$W_H = \frac{mc^2}{2}, \quad \frac{\mu_0 P^2}{2V} = \frac{mc^2}{2}, \quad V = \frac{\mu_0 P^2}{mc^2}. \quad (7)$$

Полученное значение внутреннего объема выражается через известные физические величины и дает возможность оценить порядок величины возможных линейных размеров электрона ( $l$ )

$$V \approx (l)^3, \quad l \approx (V)^{1/3} \approx 1,1 \cdot 10^{-13} \text{ м}. \quad (8)$$

Этот ориентировочный размер имеет тот же порядок величины, что и *минимальное возможное значение радиуса электрона*, получаемое исходя из собственного момента количества движения (спина  $s$ )

$$s = mcr_e = \frac{\hbar}{2}, \quad r_e = \frac{\hbar}{2mc} \approx 1,93 \cdot 10^{-13} \text{ м}. \quad (9)$$

В то же время, объем, занимаемый внутренним полем (8), оказывается существенно меньше, чем объем цилиндрической структуры, определяемой радиусом электрона (9).

Оценим это количественное различие более наглядно.

Если высоту цилиндра положить равной его диаметру ( $2r_e$ ), то площадь поверхности цилиндра будет равна площади поверхности шара такого же радиуса (при этом выполняется условие «сшивания» электрического поля цилиндрической структуры электрона и сферически симметричного поля вдали от частицы)

$$S = 4\pi r_e^2. \quad (10)$$

Внутренний объем (7) оказывается тонким слоем, «размазанным» по поверхности  $S$ . Толщина этого слоя с учетом (9) и (10) равна

$$\delta = \frac{V}{S} = \frac{\mu_0 P^2}{4\pi r_e^2 mc^2} = \frac{\mu_0 e^2}{4\pi m} \approx 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ м}, \quad (P = \frac{e\hbar}{2m} = ecr_e). \quad (11)$$

Интересно, что толщина слоя (11) равна значению так называемого классического радиуса электрона, а ее отношение к диаметру цилиндрической структуры ( $2r_e$ ) оказывается равным величине *постоянной тонкой структуры*

$$r_{кл} = \delta, \quad \alpha = \frac{\delta}{2r_e} = \frac{\mu_0 e^2 c}{2h} \approx \frac{1}{137,036}, \quad (h = 2\pi\hbar). \quad (12)$$

Таким образом, магнитное поле электрона занимает очень малую часть объема его цилиндрической структуры – электрон оказывается «полым» (рис. 2).

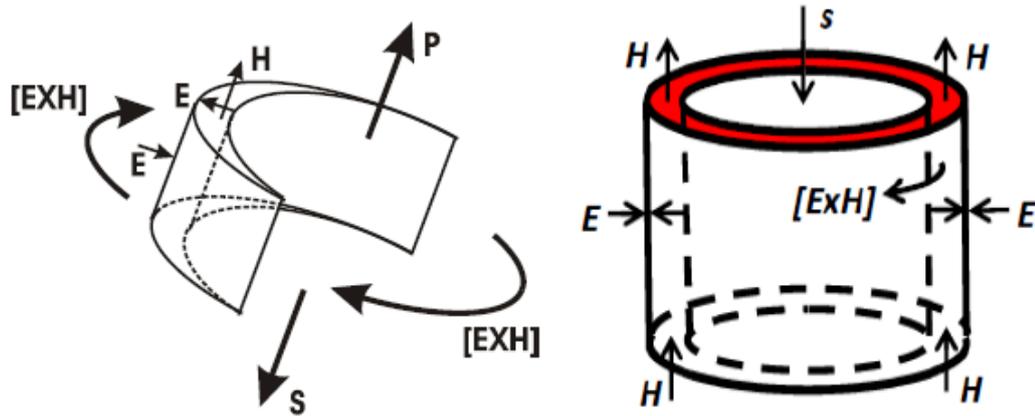


Рис. 2. Электрон: вращающийся солитон (слева) и усредненная картина полей.

Зная внутренний объем (7) и общую энергию магнитного поля ( $mc^2/2$ ), и учитывая выражения (9) и (11), можно определить величину внутреннего магнитного поля электрона (усредненное значение поля электронного солитона)

$$w_H = \frac{\mu_0 H^2}{2} = \frac{mc^2}{2V} = \frac{m^2 c^4}{2\mu_0 P^2} = \frac{4m^4 c^4}{2\mu_0 e^2 \hbar^2}, \quad H = \frac{2m^2 c^2}{\mu_0 e \hbar}. \quad (13)$$

Внутреннее электрическое поле электрона должно быть сосредоточено в том же объеме, что и магнитное поле, но направлено перпендикулярно к оси. При этом волновой характер поля электронного солитона предполагает равенство плотностей энергий электрической и магнитной составляющих поля

$$w_H = w_E, \quad \frac{\mu_0 H^2}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}, \quad E = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot H = \frac{2m^2 c^3}{e \hbar}. \quad (14)$$

Проведем небольшой расчет и проверим правильность сделанных предположений и полученных *усредненных внутренних полей электрона*.

Векторное произведение электрического и магнитного полей создает вектор потока энергии поля. Эта циркуляция энергии-импульса создает спин частицы.

Действительно, умножив радиус  $r_e$  на плотность потока энергии  $[ExH]$ , на площадь сечения ( $2r_e \cdot \delta$ ), на время пролета поля по кругу со скоростью света ( $2\pi r_e/c$ ) и разделив все это на скорость света, получим момент импульса (спин)

$$s = r_e \cdot \left[ \left( \frac{4m^4 c^5}{\mu_0 e^2 \hbar^2} \right) \cdot \left( 2r_e \frac{\mu_0 e^2}{4\pi m} \right) \cdot \frac{2\pi r_e}{c} \right] \cdot \frac{1}{c} = \frac{\hbar}{2}, \quad (r_e = \frac{\hbar}{2mc}). \quad (15)$$

С другой стороны, внешнее электрическое поле, уравновешивая внутреннее электрическое поле, образует наблюдаемый заряд электрона.

Действительно, приравнивая потенциалы, образуемые внутренним и внешним полями, получаем величину поля у «поверхности» электрона  $E_0$

$$E \cdot \delta = E_0 r_e, \quad E_0 = \frac{\delta}{r_e} E = 2\alpha E. \quad (16)$$

Далее, умножая величину соответствующего (16) электрического смещения на площадь поверхности, получаем заряд электрона

$$\varepsilon_0 E_0 \cdot 4\pi r_e^2 = \varepsilon_0 \frac{e^2}{2\hbar c \varepsilon_0} \frac{2m^2 c^3}{e\hbar} \cdot 4\pi \frac{\hbar^2}{(2mc)^2} = e. \quad (17)$$

И, наконец, магнитный «заряд» магнитного диполя (момента) электрона равен произведению магнитного поля на площадь, пронизываемую этим полем:

$$Q_m = H\sigma = \frac{2m^2 c^2}{\mu_0 e\hbar} \cdot 2\pi r_e \delta = \frac{2m^2 c^2 2\pi r_e \cdot \mu_0 e^2}{\mu_0 e\hbar \cdot 4\pi m} = \frac{ec}{2}, \quad (\sigma = 2\pi r_e \delta). \quad (18)$$

Так как расстояние между магнитными «зарядами» электрона  $L = 2r_e$ , то магнитный диполь (момент) электрона равен

$$P = Q_m L = \frac{ec}{2} \cdot 2r_e = ecr_e = \frac{e\hbar}{2m}. \quad (19)$$

В этих выкладках использованы полученные выше формулы для входящих в них характеристик электрона (1), (9), (11), (13) и (14).

Таким образом, магнитный момент электрона является надежным ориентиром при определении его структуры и убедительно демонстрирует ключевую роль *постоянную тонкой структуры* в строении электрона.

При этом **все параметры электрона согласуются между собой!**

Обратим внимание еще на одну сторону этого вопроса.

Внутренние поля электрона, как мы убедились, составляют основную часть его полной энергии (массы) при относительно небольших величинах внешних полей, «обращенных» в окружающий мир. Это соотношение определяет константу взаимодействия электронов с другими объектами микромира – **константу электромагнитного взаимодействия** [2].

Энергия внешнего электрического поля электрона

$$W_e = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_e} \quad (20)$$

при значении радиуса, обеспечивающем спин электрона (9), в отношении к общей энергии  $mc^2$  как раз соответствует величине постоянной тонкой структуры:

$$W_e = \frac{e^2 mc}{4\pi\varepsilon_0 \hbar}, \quad \frac{W_e}{mc^2} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} = \alpha. \quad (21)$$

При меньших значениях радиуса электрона, которые нередко встречаются в различных источниках (например,  $\sim 10^{-18}$  м), относительная энергия внешнего поля электрона превысила бы константу взаимодействия, что противоречит известным характеристикам электромагнитных явлений, принятым в квантовой электродинамике и надежно подтвержденным экспериментами.

## 2. Имеет ли протон такие же «пустоты»?

В отличие от электрона радиус протона достаточно точно измерен, а недавние эксперименты с «мюонным» водородом [3], в результате которых было получено другое значение радиуса протона ( $0,841 \cdot 10^{-15} \text{ м}$ ) всего на 4% меньше, чем ранее известное [1, 4] ( $0,877 \cdot 10^{-15} \text{ м}$ ), наделали много шума.

Необходимая для оценочных расчетов величина магнитного момента также известна  $P \approx 1,41 \cdot 10^{-26} \text{ Дж/Тл}$ , как и масса протона  $m_p \approx 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

Протон является составной частицей и состоит из трех кварков, которые «надежно упакованы» внутри протона и связаны между собой так называемым *сильным взаимодействием*. [5].

Кварки, как и электроны, считаются «простыми» элементарными частицами.

Сначала оценим радиус кварка в соответствии с (9), полагая, что масса протона приблизительно поровну распределена между кварками

$$r_k \approx \frac{\hbar}{2m_k c} \approx 0,33 \cdot 10^{-15} \text{ м}, \quad (m_k \approx m_p / 3). \quad (22)$$

Отсюда следует, что *кварки в протоне располагаются вплотную друг к другу*, обуславливая фактическую известную величину радиуса протона.

В составе ядра протоны и нейтроны также расположены «бок обок», о чем свидетельствует эмпирическая формула для радиуса ядра [1]

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad R_0 = (1,3 - 1,7) \cdot 10^{-15} \text{ м}. \quad (23)$$

Косвенно это подтверждается и величиной энергии связи, приходящейся на один нуклон, для самых прочных ядер – 8,7 МэВ/нуклон, что составляет 1/108 от массы нуклона и по порядку величины близко к величине постоянной тонкой структуры ( $\approx 1/137$ ) – *константе электромагнитного взаимодействия*.

Таким образом, кварки в составе нуклонов и нуклоны в составе атомных ядер находятся фактически вплотную друг к другу. Поэтому наличие «пустот», предсказываемое магнитными моментами нуклонов, может быть связано только с особенностями строения самих кварков, в чем мы и попытаемся убедиться.

В составе протона кварки располагаются так, что их суммарный магнитный момент минимален, и поэтому разнонаправленные магнитные моменты двух из трех кварков примерно компенсируют друг друга (рис. 3).

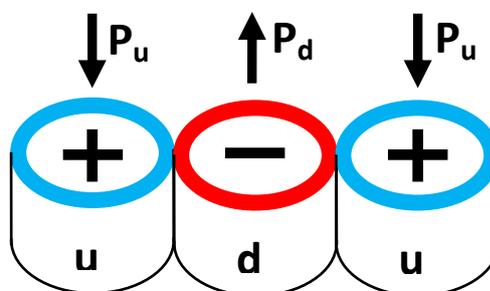


Рис. 3. Протон состоит из двух кварков *u* и одного кварка *d*.

Следовательно, магнитный момент протона ( $2,793\mu_{яд}$ ) можно приближенно считать равным величине магнитного момента одного кварка, тем более что и расчетная величина (19) для кварка оказывается близкой к этому значению:

$$P_k \approx ecr_k \approx \frac{e\hbar}{2m_k} \approx \frac{3e\hbar}{2m_p} = 3\mu_{яд}, \quad (m_k \approx \frac{m_p}{3}). \quad (24)$$

Таким образом, согласно формуле (7) объем, занимаемый внутренним магнитным полем кварка, равен:

$$V_k \approx \frac{\mu_0 P_k^2}{m_k c^2} \approx \frac{\mu_0 (2,793\mu_{яд})^2}{(m_p/3)c^2} \approx 4,98 \cdot 10^{-48} \text{ м}^3. \quad (25)$$

Соответственно ориентировочные линейные размеры этой области

$$l_k \approx (V_k)^{1/3} \approx 0,17 \cdot 10^{-15} \text{ м}, \quad (26)$$

имеют тот же порядок величины, что и радиус кварка, полученный по формуле (22). Одновременно эта величина свидетельствует о том, что внутреннее поле занимает лишь часть объема кварка, как и в электроне.

Отношение аналогичных линейных размеров этих областей для электрона, с учетом выражения (7), равно:

$$\frac{l}{2r_e} = (\pi\alpha)^{1/3} \approx 0,284. \quad (27)$$

Соответственно для кварка, исходя из (22) и (26), это отношение равно

$$\frac{l_k}{2r_k} \approx 0,257. \quad (28)$$

Таким образом, кварки, а вслед за ними и нуклоны оказываются почти такими же «полыми» как и электрон, рассматриваемый нами как «образцовая» элементарная частица. А тот факт, что магнитные моменты частиц выражаются универсально через так называемые *магнетоны*, указывает на «родственную» природу основных характеристик всех элементарных частиц вещества:

$$P = ecr = \frac{e\hbar}{2m}, \quad r = \frac{\hbar}{2mc}. \quad (29)$$

*Причина такой удивительной универсальности свойств элементарных частиц заключена в том, что они состоят из «однотипных» солитонов, строение которых определяется постоянной тонкой структуры.*

Вместе с тем, заметное отличие (28) от (27) свидетельствует о более сложном строении кварков в сравнении с электроном (мюоном, тау).

Из-за близкого расположения друг к другу кварки в составе протонов и нейтронов содержат дополнительные солитоны в виде «наведенных» волн [6 - 8]. Эти дополнительные относительно малые волны (гипотетические глюоны) оказывают существенное влияние на все характеристики составных частиц – они обеспечивают *сильное взаимодействие* кварков в нуклонах, сказываются на величине заряда и магнитного момента (например, нейтрон «должен был быть» отрицательной частицей с отрицательным магнитным моментом –  $3\mu_{яд}$ ).

Возвращаясь к проблеме экспериментального обнаружения размеров и структуры электрона, заметим, что соответствующие опыты, как правило, проводят в диапазоне слишком высоких энергий.

Электрический потенциал на внешней «поверхности» электрона при радиусе (9) равен  $\varphi \approx 7,44 \cdot 10^3 \text{ В}$ . То есть, уже при энергии сталкивающихся электронов порядка 10 киловольт электростатический потенциальный барьер будет преодолен, и электроны начнут *проходить сквозь друг друга*, как это происходит при столкновении любых солитонов.

В этом отношении электрон проявляет себя как *«рыхлая» легкая частица с относительно большими, но трудно определяемыми размерами*, в то время как нуклоны, с более чем в тысячу раз большей массой, являются *плотными компактными частицами с достаточно четкими размерами*.

### 3. Заключение.

Изначально название знаменитой физической константы *постоянной тонкой структуры* было связано с обнаружением тонкой структуры спектра атома. Однако со временем стало ясно, что эта константа универсальна и характерна для всех электромагнитных явлений микромира.

Причина такой повсеместной «вовлеченности» *постоянной тонкой структуры* в процессы и свойства микромира на уровне атома и элементарных частиц обусловлена наиболее глубокими закономерностями устройства материи.

По счастливому совпадению даже название константы содержало «намек» на открытую позже внутреннюю «тонкую» структуру электромагнитных солитонов, из которых состоят элементарные частицы.

Объективной характеристикой структуры электрона, как и других «простых» частиц, следует считать объем, занимаемый внутренним полем

$$V = \frac{\mu_0 P^2}{mc^2}.$$

Фактически это внутренний объем частицы в виде очень узкого цилиндрического слоя, в котором вращается электромагнитная «полуволна» (солитон). Отношение толщины этого слоя к диаметру вращения оказалось равным *постоянной тонкой структуры*.

Вследствие солитонной природы электрона его энергия-масса состоит поровну из энергии электрического поля и энергии магнитного поля. При этом внутреннее поле электрона в десятки раз превосходит его внешнее поле и практически полностью определяет массу электрона.

Таким образом, механический момент электрона (спин) дает ограничение на радиус его структуры со стороны минимальных значений (определяемое конечной величиной скорости света), а магнитный момент указывает на относительно малый объем в виде тонкого слоя *вращающегося волнового поля* в структуре электрона, определяемого *постоянной тонкой структуры*.

В то же время, магнитный момент электрона (наряду с механическим моментом) не только убедительно свидетельствует о сложном внутреннем устройстве этой «самой» элементарной частицы вещества, но и однозначно указывает на то, что размер электрона имеет порядок величины  $\sim 10^{-13}$  м.

В целом, все характеристики электрона, как и других элементарных частиц, определяются внутренней структурой и оказываются *взаимосвязанными*.

Магнитный момент и размеры протона свидетельствуют о том, что кварки в составе нуклонов следуют тем же универсальным соотношениям, что и «простые» частицы – электрон, мюон, тау. «Полая» структура кварков подтверждает ключевую роль *постоянной тонкой структуры* в строении вещества.

Отличительная особенность кварков заключается в наличии в их составе дополнительных волн относительно малых амплитуд (глюонов), которые кварки «наводят» друг в друге, находясь «бок обок» в составе нуклонов. Эти малые волны обеспечивают *сильное взаимодействие* между кварками в нуклонах, влияют на магнитный момент и заряд составных частиц.

Нелинейность «всеобъемлющей» среды в виде эфира, или «физического вакуума», обусловила *солитонную природу* элементарных частиц. Свойства этой самой загадочной среды - *первоосновы Природы* до настоящего времени мало изучены, хотя они определяют все многообразие окружающего нас мира.

Гениальная модель эфира, созданная еще Максвеллом, как известно, явилась «строительными лесами» теории электромагнитного поля [9].

Однако модель Максвелла имеет более широкие возможности и не сводится к знаменитым уравнениям электромагнитного поля. Например, модель предполагает возможность «расслоения» вакуума с образованием «безмассовых» зарядов и токов. Именно эти «особые заряды и токи» формируют структуры электронов, протонов и других частиц [10].

Таким образом, Природа отнюдь не ограничивается «универсальным» зарядом электрона. Все намного сложнее, чем наши «квантовые» упрощения.

Следствием нелинейной солитонной природы элементарных частиц вещества является резонансный принцип формирования микромира [11, 12].

Важно, что резонансные взаимодействия происходят не только на основных частотах частиц, составляющих вещество, но и на гармонических составляющих. Такие резонансы порождают *дробные значения главных квантовых чисел* электронных оболочек атомов [13 - 15].

Квантово-механическая теория атома была создана без учета этих особенностей и поэтому предполагает наличие только целочисленных значений главного квантового числа [16]. Следствием этого как раз и явилась полная несостоятельность существующей квантово-механической теории атома.

Вскрывшиеся поразительные факты профанации теории атома и теории элементарных частиц свидетельствуют о глубоком кризисе, поразившем физику, которая все дальше уходит от физической логики и погружается в формализм.

Открытие *нелинейных резонансных свойств микромира* создает предпосылки для формирования новой физической картины мира, столь важной для понимания процессов, происходящих в природе.

### Литература

1. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. Главная редакция физ.-мат. литературы. - М.: Наука, 1985.
2. Фейнман Р. КЭД странная теория света и вещества. Гл. ред. физ.-мат. литературы. - М.: Наука, 1988. - С. 144.
3. Ян Бернауэр, Рандольф Поль. Проблема радиуса протона. В мире науки. [4] апрель 2014 г.
4. Физические величины. Справочник. - М.: Энергоатомиздат, 1991.
5. Ахиезер А.И., Рекало М.П. Элементарные частицы. М.: «Наука» 1986.
6. Верин О.Г. Динамика вакуума и солитонная теория элементарных частиц. М.: РТ-Пресс. 2002 г.
7. Верин О.Г. Природа элементарных частиц, квантовая теория и Великое Объединение. М.: Контур-М. 2005 г.
8. Верин О.Г. Энергия. Вещество и поле. М. Контур-М. 2006 г.
9. Максвелл Д. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. Перевод под редакцией П. С. Кудрявцева. - М.: Государственное изд. технико-теоретической литературы, 1952.
10. Верин О.Г. Модель Максвелла и свойства вакуума.  
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8864.html>
11. Верин О.Г. Резонансная физика микромира.  
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/14857.html>
12. Верин О.Г. Нелинейный резонансный микромир  
<http://nauka.info/files/files/1457552761.pdf>
13. Верин О.Г. Гармоническое единство спектра атома.  
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/14412.html>
14. Верин О.Г. Законы формирования электронных оболочек атомов.  
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/14288.html>
15. Верин О.Г. Физические основы строения атома.  
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/14155.html>
16. Шпольский Э.В. Атомная физика. т. 2: Основы квантовой механики и строение электронной оболочки атома. 5-е изд. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. — С. 439.